Griglia di correzione e soluzioni gara triennio 2015

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	D	D	11	64 cm	90°	g(x) = $\frac{4x}{2-3x}$	$\alpha > 40$	Vedi disegno 96

1) Risposta D. Infatti $\frac{(n-2)\cdot 180°}{n} = 175°$ da cui (n – 2)·180° = 175°·n $\Rightarrow$ 5n = 360° e infine n = 72.

2) Risposta A. Infatti moltiplicando x^2yz^3 e xy^2 si ha $x^3y^3z^3 = 7^3 \cdot 7^9 = 7^{12}$, pertanto $xyz = 7^4$.

3) Risposta D. La funzione ha dominio $\Re$ - {0}, è dispari e passa per il punto (1, 2).

4) Risposta D. Infatti 1 m = $\frac{f}{g}$ salti $= \frac{f}{g}\cdot\frac{e}{d}$ balzi $= \frac{f}{g}\cdot\frac{e}{d}\cdot\frac{c}{b}$ passi e quindi $\frac{cef}{bdg}$.

5) L'angolo al centro di 30° è la dodicesima parte dell'angolo giro, quindi l'arco di lunghezza 2 è la dodicesima parte della circonferenza. Quindi la lunghezza della circonferenza è 24 e il quarto arco ha una lunghezza di 11.

6) Dopo 3 desideri la lunghezza ℓ è diventata $\frac{1}{8}\ell$ mentre l'altezza è diventata $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot 27$ cm = 8 cm, quindi ℓ = 64 cm.

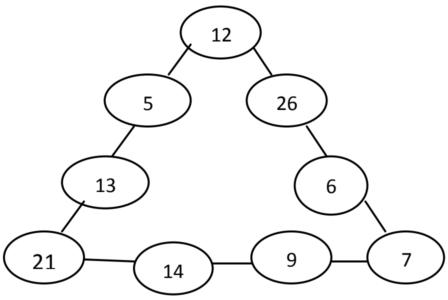
7) Il triangolo dato è rettangolo perché $16^2 = 12^2 + (4\sqrt{7})^2$, quindi anche il triangolo che unisce i punti medi dei lati è un triangolo rettangolo. Il suo angolo maggiore misura pertanto 90°.

8) Se f(g(x)) = x, g(x) è la funzione inversa di f(x). Ponendo y = $\frac{2x}{3x+4}$ si ottiene: 2x = 3xy + 4y (con la condizione $x \neq -4/3$), cioè x(2 – 3y) = 4y e, ricavando x, con la condizione $y \neq 2/3$, scambiando x e y, si ricava g(x) = $\frac{4x}{2-3x}$.

9) Risolvendo il sistema, con la condizione $\alpha \geq 0$, si ha:
$$\begin{cases}(3y)^2 + y^2 = \alpha \\ x = 3y\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = \frac{\alpha}{10} \\ x = 3y\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm\sqrt{\frac{\alpha}{10}} \\ x = \pm 3\sqrt{\frac{\alpha}{10}}\end{cases}$$

Quindi deve essere |x| = $\left|\pm 3\sqrt{\frac{\alpha}{10}}\right| > 6$ da cui: $\sqrt{\frac{\alpha}{10}} > 2 \Rightarrow \alpha > 4\cdot 10$, cioè $\alpha > 40$.

10) Si dimostra che esistono solo due possibili terne, fra i numeri dati, che possono costituire i possibili vertici del triangolo.
Tali terne sono: (7, 12, 21) e (5, 14, 21).
Una possibile disposizione dei numeri è quella indicata a lato.
Per ciascuna terna, operando con i criteri del calcolo combinatorio o con simmetrie e rotazioni, si prova che esistono 48 diverse disposizioni. Ad esempio si scambiano i numeri centrali in ogni lato, uno alla volta, poi scambio su due lati e infine su tutti (si scambiano 5 e 13, poi 14 e 9 …) e così si ottengono 8 diverse disposizioni.



A questo punto si scambiano i lati destro e sinistro (12, 14 e 9 restano al loro posto) e da qui si ripetono gli scambi precedenti. In tutto si hanno 16 diverse disposizioni con il numero 12 al vertice; quindi 16 con il 21 al vertice e 16 con 7 al vertice. In tutto si avranno 48 diverse disposizioni con la terna (7, 12, 21), analogamente per l'altra terna, per un totale di 96 diverse disposizioni.